TD M1 - Mécanique des fluides

Statique des fluides

Questions de cours

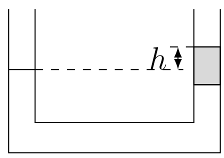
Pour apprendre le cours : vérifiez que vous savez répondre à chaque question.

1. Définir force volumique et force surfacique. Illustrer avec la force de pesanteur et la force de pression.
2. Définir le champ de pression.
3. Donner et démontrer la relation de la statique des fluides dans le champ de pesanteur.
4. Donner et démontrer l'expression du champ de pression dans un fluide incompressible.
5. Donner et démontrer l'expression du champ de pression dans l'atmosphère isotherme.
6. Que peut-on dire de l'ordre de grandeur de variation de la pression dans le cas de l'océan et dans le cas de l'atmosphère.
7. Calculer la résultante des forces pressantes sur une paroi plane soumise à la pression hydrostatique.
8. Calculer la résultante des forces pressantes sur un barrage cylindrique (schéma et paramétrage fourni).
9. Qu'est-ce que la poussée d'Archimède ?

Exercices de cours - Savoirs-Faire

SF 1 - Exploiter l'expression de la pression hydrostatique

On verse de l'eau dans un tube en U de section 1 cm^2. On ajoute ensuite dans la branche de droite 3 mL de l'huile de masse volumique 800 kg.m^{-3}. Déterminer la différence d'altitude entre les surfaces libres des deux branches.



SF 2 - Calculer une résultante des forces sur des solides de différentes géométries

Surface plane

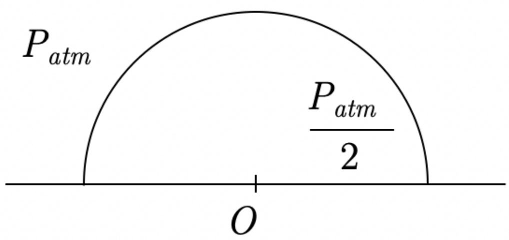
Reprendre l'application du cours (paroi de la piscine)

Surface cylindrique

Reprendre l'application du cours (barrage voûte)

Surface sphérique

On consière une ventouse qu'on modélise par une demi-sphère. Aprèz avoir chassé une partie de l'air sous le dôme, on suppose que la pression est alors $\frac{P_{atm}}{2}$ sous le dôme et P_{atm} à l'extérieur.



Déterminer la force résultante des forces de pression sur la ventouse.

Exercices phares

Exercice 1 - Ballon sonde

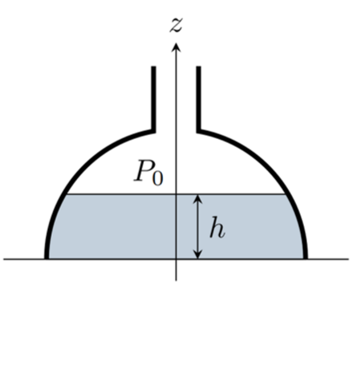
Un ballon sonde est assimilé à une sphère indéformable de rayon $R_0 = 2$ m remplie d'hélium, ouverte par le bas, ce qui permet à l'hélium de s'échapper au fur et à mesure de l'ascension et au ballon de demeurer en équilibre thermique et mécanique avec l'atmosphère.
Le ballon de masse à vide 1 kg est conçu pour emporter des équipements scientifiques. La température de l'atmosphère suit la loi $T(z) = T_0(1 - \alpha z)$ avec $\alpha = 2.10^{-5}$ m^{-1}.

1. Déterminer la constante β telle que le champ de pression atmosphérique s'écrive
$$P(z) = P_0(1 - \alpha z)^{\beta}$$
2. En déduire l'évolution de la masse volumique de l'air avec l'altitude.
3. Déterminer la masse d'hélium restant dans le ballon en fonction de l'altitude.
4. En déduire la masse maximale que peut soulever le ballon à l'altitude z.
5. Application numérique : calculer cette masse au niveau du sol et à 10 km d'altitude.

Données :

- ▷ Masse molaire de l'air 29,0 g.mol^{-1} et de l'hélium 4,0 g.mol^{-1}
- ▷ Constante des gaz parfaits $R = 8,3$ J.K^{-1}.mol^{-1} ;

Exercice 2 - Entonnoir renversé



Un entonnoir en forme de demi-sphère de rayon R est retourné et posé au fond d'un évier, puis progressivement rempli d'eau de masse volumique μ_0 constante jusqu'à une hauteur h. L'air environnant est à pression P_0 uniforme. Le but de l'exercice est de montrer que (même en l'absence de fuite !) l'entonnoir se soulève pour une hauteur d'eau critique h_c.

1. Quelle est la force responsable du soulèvement ? En déduire qu'il est nécessaire de prendre en compte les variations de pression avec l'altitude dans l'eau, même si elles sont faibles. Exprimer le champ de pression dans l'eau en fonction de z et h.

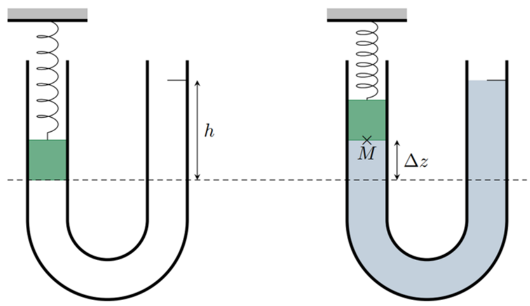
2. Déterminer sans calcul la direction de la force exercée par l'eau sur l'entonnoir, et montrer qu'elle vaut :
$$\overrightarrow{F} = \pi\mu_0 g\frac{h^3}{3}\vec{e}_z$$
3. Déterminer la hauteur critique h_c. Pouvez-vous faire l'expérience chez vous ?

Exercices en plus

Exercice 3 - Ressort et tube en U

Pour réviser un peu la mécanique de PTSI avec le ressort, exercice classique

On dispose dans un tube en U un bouchon de masse m et de section S égale à la section du tube dans lequel il oscille sans frottement. Un ressort de raideur k est accroché d'une part au bouchon et d'autre part à un point fixe, voir figure ci dessous Une graduation se trouve à une hauteur h au dessus de la position initiale du bouchon. On note $\Delta\ell_0$ son allongement dû à la pesanteur.

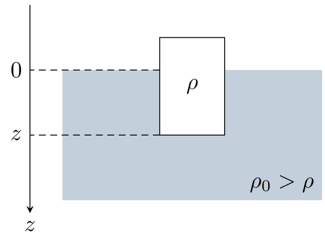


On remplit le tube d'un liquide de masse volumique ρ inconnue jusqu'à la graduation. Le bouchon remonte de Δz par rapport à sa position initiale. On note P la pression au niveau du point M et P_{atm} la pression atmosphérique.

1. Déterminer l'expression de $\Delta\ell_0$ en fonction de k et m.
2. Écrire l'équation d'équilibre du bouchon en fonction des pressions et de $\Delta\ell$.
3. Déterminer l'expression de ρ en fonction des données du problème.
4. Calculer ρ pour un tube de diamètre $d = 2$ cm, avec $\Delta z = 1$ cm, $h = 10,7$ cm et $k = 30$ N/m.

Exercice 4 - Oscillations d'un flotteur

Pour s'entraîner sur la poussée d'Archimède



On modélise un flotteur (bouchon de pêche, bouée, etc.) par un cylindre de masse volumique ρ plongeant partiellement dans l'eau de masse volumique $\rho_0 > \rho$. On suppose son axe de révolution constamment vertical.

1. Déterminer la hauteur immergée à l'équilibre.
2. Quelle est la force à exercer sur le flotteur pour l'immerger en entier ?
3. À partir de la position d'équilibre déterminée précédemment, on enfonce légèrement le cylindre avant de le relâcher. Montrer que le cylindre effectue des oscillations et déterminer leur période.

Exercice 5 - Bulle

Pression hydrostatique
Un plongeur libère une bulle de 1 cm de diamètre à 100 m de profondeur. Quel sera le diamètre de la bulle lorsqu'elle arrivera à la surface ?

Exercice 6 - Troposphère

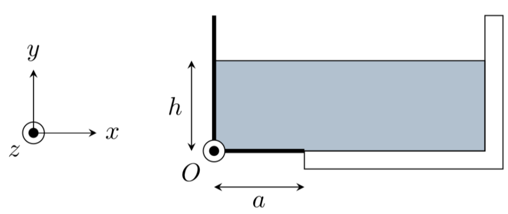
Un autre modèle pour une partie de l'atmosphère
La troposphère est la couche d'atmosphère comprise entre le sol et une altitude moyenne d'environ 10 km sous les latitudes européennes. On s'intéresse au profil vertical de la température $T(z)$, z étant la coordonnée verticale ascendante dont l'origine est située au niveau du sol. On assimile l'air troposphérique à un gaz parfait de masse volumique $\rho(z)$.

On note γ le rapport $\frac{C_p}{C_v}$ des capacités thermiques du gaz à pression et volume constante respectivement C_p et C_v. On négligera la variation avec z du champ de pesanteur g. La pression est notée p ; sa valeur au niveau du sol est 10^5 Pa.

1. Exprimer la pression p d'une masse d'air en fonction de sa masse volumique ρ, de sa température T, de la constante des gaz parfaits R et de la masse molaire de l'air M_{air}.
2. Dans le modèle de l'atmosphère isentropique, on considère que la pression p et la température T à une altitude z quelconque sont liées à leurs valeurs p_0 et T_0 au niveau du sol par la loi de Laplace. Donner la relation entre p, T, p_0 et T_0.
3. Exprimer $\frac{dT}{dz}$ en fonction de γ, M_{air}, ρ R et $\frac{dp}{dz}$.
4. Montrer que $T(z) = T_0\left(1 - \frac{z}{H}\right)$, où H est à déterminer.
5. Déterminer $\rho(z)$. On notera $\rho_0 = \rho(z = 0)$.
6. Déterminer numériquement $\frac{dT}{dz}$ et h si $\gamma = 1,4$ et $T_0 = 290$ K.

Exercice pour aller plus loin ⋆⋆⋆

Exercice 7 - Plaque pivotante



Les deux parois du récipient ci-contre dessinées en traits épais sont rigidement liées et peuvent pivoter sans frottement autour de l'axe (Oz). Le récipient est parallélépipédique et possède une longueur b dans la direction (Oz). On note P_0 la pression dans l'air environnant et $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{e_y}$

1. Exprimer la pression dans l'eau.
2. La pression sur la plaque horizontale est-elle uniforme ? Exprimer la résultante des forces de pression sur la plaque horizontale et le moment résultant autour de (Oz).
3. Mêmes questions pour la plaque verticale.
4. A quelle condition sur la hauteur d'eau y a-t-il basculement ? Déterminer la hauteur h_0 pour laquelle la plaque bascule.